

$$\varrho/\varrho' = \{[N^{1/2} - (N-n)^{1/2}]/[N^{1/2} + (N-n)^{1/2}]\}^\lambda \quad (6)$$

in welcher $n = \varrho^2 \nu^2$ und N dessen Maximum bedeutet. ϱ' wird ganz beliebig und λ ist eine feste rationale Zahl, sodaß $\lambda\pi$ den zwischen Maximal- und Minimalradius gelegenen Bogen bedeutet.

Wählt man nun einen sehr nahe am Erdmittelpunkte vorbeigehenden Strahl, so kann dieser nur an zwei Stellen, dem Epizentrum und dessen Gegenpunkt, austreten. Das allgemein sternartige Gebilde schrumpft zu einem Zweizack zusammen, d. h. $\lambda = 1/2$, wie es auch aus dem Werte des obigen m gefolgert werden kann.

Setzt man nun (6) in (1) und nennt φ' und θ' die dem ϱ' entsprechenden, daher ebenfalls willkürlichen Werte, schreibt man weiter

$$N = 1/4 (1+k)^2/k \quad (7)$$

was dem Umstand Rechnung trägt, daß $\sqrt{N-1}$ bei Vertauschung von ϱ und ϱ' Zeichen wechselt, N aber unverändert bleibt, wenn $1/k$ an Stelle von k tritt, so erhält man genau die Gleichungen (5), jedoch mit φ' und θ' anstatt \mathfrak{F} und \mathfrak{X} .

Budapest, 1921 August.

Da nun bei Vertauschung von ϱ und ν einestheils φ in \mathfrak{F} und k in $1/k$ übergeht, andernteils diese Substitution φ in φ' wandelt, muß wohl geschlossen werden, daß $\varphi' = \mathfrak{F}$ und mitfolgend $\theta' = \mathfrak{X}$ ist.

Die Annahme, daß im Innern der Erde geschlossene Erdbebenstrahlen möglich sind, führt mit elementaren Beobachtungsergebnissen, daß Epizentrum und Antizentrum diametral entgegengesetzte Punkte sind, zu der hier skizzierten Theorie, auf die vor etwa 10 Jahren aus Bequemlichkeitsgründen auch Fürst *B. Galitzin* geführt wurde.

Literaturnachweis: *R. v. Kövesligethy*. Neue geometrische Theorie seismischer Erscheinungen. Math. u. Naturw. Ber. aus Ungarn. Bd. XIII. Berlin-Budapest, 1897. — *Seismonomia*. Modena 1906. — Über den Inflexionspunkt der Laufkurve und das *Bertrandsche* Problem. Beiträge zur Geophysik. Bd. XII. 1912. — *E. v. Egerváry*. Über die seismischen Trajektorien und über das *Bertrandsche* Problem in der Seismologie. Ebenda, XIV. Bd. 1918.

R. von Kövesligethy.

Beziehungen zwischen dem alten und neuen Zentralpunkt der preußischen Vermessungen.

Von *L. Krüger*.

Die geographischen Koordinaten der preußischen Landesaufnahme nahmen bisher ihren Ausgang von dem Hauptdreieckspunkte Rauenberg der »Küstenvermessung«. Auf diesem war jedoch von *Baeyer* im Jahre 1859 nur das Azimut nach dem Marienurm in Berlin bestimmt. Die geographische Breite, die *Baeyer* 1853 auf der Berliner Sternwarte beobachtet hatte, war mit den Werten der von *Baeyer* 1837–1846 gemessenen Küstenvermessung nach dem Rauenberg übertragen. Es wurde für Rauenberg erhalten für die Breite: $52^\circ 27' 12''.021$ und für das Azimut des Marienurms: $19^\circ 46' 4''.87$.¹⁾

Nun zeigte die erste Ausgleichung des astronomisch-geodätischen Netzes in Norddeutschland unter Leitung von Prof. *Helmert*²⁾, daß das Azimut auf Rauenberg mit einem starken Fehler behaftet sein mußte. Da außerdem das Azimut »mit einer für diesen Zentralpunkt des Landes nicht ausreichenden Sicherheit« bestimmt war³⁾, so wurde auf Veranlassung von *Helmert* 1886 und 1887 auf Rauenberg das Azimut von neuem und dazu die geographische Breite beobachtet. Für die Polhöhe fanden Prof. *Albrecht* und Dr. *Galle* durch Messen von Zenitdistanzen, durch Beobachtungen im 1. Vertikal und nach der Methode von *Horrebow*, und Prof. *Fischer* durch Messen von Zenitdistanzen der Reihe nach $52^\circ 27' 12''.48$, ... $11''.84$, ... $11''.80$ und ... $12''.64$; im Mittel also ... $12''.19$. Die Herleitung des Azimutes der Richtung Rauenberg-Glienick erfolgte bei *Albrecht* und *Galle* durch Winkelmessung zwischen dem Polarstern und Glienick und ferner durch Einschaltung einer Meridianmarke, bei *Fischer* durch direkte Winkelmessung zwischen denselben Objekten; es

ergaben sich die Werte: $178^\circ 10' 23''.81$... $23''.74$, ... $23''.63$, im Mittel ... $23''.73$.⁴⁾

Mit dem Winkel Berlin Marienurm — Glienick der Küstenvermessung, S. 362, = $158^\circ 24' 15''.03$, folgt aber für das Azimut Rauenberg — Glienick nach *Baeyer* ein um $3''.83$ kleinerer Wert, als die neueren Bestimmungen lieferten.

Da in den Jahren 1885–87 das Anschlußnetz an das Berliner Basisnetz vom Geodätischen Institut beobachtet worden war, so konnte man durch Vergleichung mit gleichnamigen Punkten der Küstenvermessung einen Aufschluß über eine mögliche Verschiebung der Punkte erhalten, die für das Azimut in Betracht kommen. Es wurden zu diesem Zwecke 3 zusammenhängende Dreiecke mit den Eckpunkten Rauenberg, Eichberg, Glienick, Müggelsberg und Colberg aus dem Anschlußnetz und aus der Küstenvermessung gebildet. Beide Figuren wurden unter der Bedingung, daß die Summe der Quadrate der Entfernungen gleichnamiger Punkte ein Minimum wird, gegeneinander verschoben. An die auf diese Weise bestimmten Lagen der beiden Figuren wurde der Punkt Marienurm aus beiden Netzen angeschlossen. Während nun bei den erstgenannten Punkten die Entfernungen sämtlich unter 0.09 m liegen, ergab sich für den Marienurm eine Verschiebung von 0.3 m.⁵⁾ Eine solche Verschiebung, die zwischen den Jahren 1845/46 und 1859 erfolgt sein mußte, könnte den Fehler des von *Baeyer* bestimmten Azimutes hervorgerufen haben; sie wäre auch erklärlich, da der obere Teil des Marienurms aus einer 39 m hohen Holzkonstruktion besteht.

Bei den Lotabweichungszügen des Geodätischen Instituts,

¹⁾ Die Königl. Preuß. Landestriangulation, Hauptdreiecke I, zweite Auflage, Berlin 1870. Vorrede S. V.

²⁾ Lotabweichungen I: Formeln und Tafeln sowie einige numerische Ergebnisse für Norddeutschland. Von *F.R. Helmert*. Berlin 1886. S. 89.

³⁾ Jahresbericht des Geodätischen Instituts für 1886/87, S. 12, 20 und 21.

⁴⁾ Die europäische Längengradmessung in 52° Breite usw. II. Heft. Von *A. Börsch* und *L. Krüger*. Berlin 1896. S. 45.

⁵⁾ Über ein Verfahren, die Ergebnisse mehrfacher Beobachtungen eines Dreiecksnetzes miteinander zu verbinden. Von *L. Krüger*. AN 133.153–176.

die von Rauenberg ausgehen und in der Küstenvermessung errechnet sind, wurden die gleichnamigen Punkte der Küstenvermessung und des Anschlußnetzes als voneinander verschieden angesehen und von den Punkten des ersteren auf die des letzteren mittels der vorgenannten Entfernungen reduziert, um das neu bestimmte Azimut und die neue Polhöhe auf Rauenberg anschließen zu können.

Die Landesaufnahme hat den Marienturm nicht mehr als Hauptdreieckspunkt in ihr neues Netz, die Verbindungskette zwischen der Berliner und Schubiner Basis (bei Bromberg), aufgenommen. Auch der Rauenberg, der bereits von Bauten umringt ist, wurde als Zentralpunkt aufgegeben. An seine Stelle soll der Beobachtungsturm des Geodätischen Instituts in Potsdam treten.

Dieser Punkt wird nun auch für die Lotabweichungspunkte des Geodätischen Instituts in Deutschland der Ausgangspunkt werden.

Die Polhöhe des geodätischen Turmes leitete Prof. Schnauder ab aus fortlaufenden Beobachtungen während einer Reihe von Jahren, von 1889 bis 1917, nach den Methoden von Horrebow, v. Sterneck und Struve. Prof. Schnauder bestimmte 1917–18 auch das Azimut auf dem Turm, und zwar unabhängig voneinander nach den Richtungen Golmberg T. P. und Glienick T. P. Das Azimut ist ferner für beide Richtungen doppelt, durch Einschaltung einer Nordmire und durch Winkelmessung zwischen dem Polarstern und dem trigonometrischen Punkte beobachtet worden.¹⁾

Die Anschlußwinkel an die Richtung Potsdam—Rauenberg und umgekehrt, sowie die Entfernung der beiden Punkte verdanke ich einer freundlichen Mitteilung der preußischen Landesaufnahme.

Es ist auf Potsdam, Geodätisches Institut

$$\begin{aligned} \xi_k &= +0.671 + \delta B_k - 1.0000 (\delta B_i - \xi_i) + 0.0026 \lambda_i + 0.0118 \delta S_{ik} - 0.0032 \delta T_{ik} - 259 da/a + 29 da \\ \lambda_k \text{ (Länge)} &= -0.478 + \delta L_k - \delta L_i + 0.0068 \lambda_i + 0.9984 \delta S_{ik} + 0.0021 \delta T_{ik} - 1082 da/a - 680 da \\ \lambda_k \text{ (Azimut)} &= -2.050 + 1.2625 \delta T_{ki} + 0.0109 \lambda_i + 0.9993 \delta S_{ik} - 1.2604 \delta T_{ik} - 1082 da/a - 681 da \end{aligned} \quad (1)$$

und als Laplacesche Gleichung:

$$-1.572 + 0.0041 (\delta B_i - \xi_i) + 0.0009 \lambda_i = \delta L_k - \delta L_i + 1.2625 (\delta T_{ik} - \delta T_{ki}). \quad (2)$$

Das vorgesetzte δ bedeutet eine Verbesserung der betreffenden Größe. a ist die große Halbachse und α die Abplattung der Meridianellipse, mittels da und da kann man zu anderen Ellipsoiden übergehen.

Die Gl. (1) und (2) sind erstens an das sich über Norddeutschland und Dänemark erstreckende astronomisch-geodätische Netz I. Ordnung des Geodätischen Instituts²⁾ anzuschließen, und zweitens ist der dann noch verbleibende Widerspruch in der Laplaceschen Gleichung auszugleichen.

Die Verbesserung δT_{ik} des Azimutes einer geodätischen Linie $P_i P_k$ setzt sich zusammen aus der Verbesserung δ_i der Azimutbestimmung einer Richtung $P_i P_0$ und der Verbesserung des Winkels zwischen $P_i P_0$ und $P_i P_k$. Ist v die Richtungsverbesserung, so ist demnach, wenn Glienick durch den Index m und Golmberg durch den Index n kenntlich gemacht wird:

$$\delta T_{ik} = \delta_i - v_{im} + v_{ik} \quad (3)$$

und mit Rücksicht darauf, daß das Azimut auf Potsdam nach den beiden Richtungen Glienick und Golmberg bestimmt wurde:

Azimut nach Golmberg	154° 47' 33.61
Winkel Rauenberg—Golmberg	86 11 19.224
Azimut Rauenberg	68 36 14.386
Azimut nach Glienick	120 17 21.70
Winkel Rauenberg—Glienick	51 41 6.931
Azimut Rauenberg	68 36 14.769
Im Mittel	68° 36' 14.578

Auf Rauenberg ist

Azimut nach Glienick	178° 10' 23.73
Winkel Glienick—Potsdam	70 40 11.38
Azimut Potsdam	248 50 35.11

Die Längendifferenz Rauenberg—Potsdam, Geodätischer Turm, ist der Albrechtschen Längenausgleichung entnommen.³⁾

Im folgenden sollen B, L, T, S die beobachtete Breite und Länge, das Azimut und die Entfernung bezeichnen. Mit einem Strich darüber bedeuten sie in der Nähe der Beobachtungen liegende Werte, die ein in Strenge zusammengehöriges System auf dem Besselschen Ellipsoid bilden.

Rauenberg (i)

$$\begin{aligned} B_i &= 52^\circ 27' 12.19 & \bar{B}_i &= 52^\circ 27' 12.021 \\ L_i &= 0 18 4.305 & \bar{L}_i &= 0 18 3.803 \\ T_{ik} &= 248 50 35.11 & \bar{T}_{ik} &= 248 50 31.511 \end{aligned}$$

Potsdam (k)

$$\begin{aligned} B_k &= 52^\circ 22' 54.81 & \bar{B}_k &= 52^\circ 22' 53.961 \\ L_k &= 0 0 0 & \bar{L}_k &= 0 0 0 \\ T_{ki} &= 68 36 14.578 & \bar{T}_{ki} &= 68 36 12.623 \\ \log S_{ik} &= 4.3420087 \text{ (Intern. M.)} & \log \bar{S}_{ik} &= 4.3420021 \end{aligned}$$

Für die Lotabweichungen in Breite und Länge, ξ und λ , die positiv nach Norden und Osten gerechnet werden, ergibt sich hiermit:

$$\delta T_{ki} = \frac{1}{2} (\delta k' - v_{km} + v_{ki} + \delta k'' - v_{kn} + v_{ki}) \quad (4)$$

Setzt man

$$\delta_i - v_{im} = d_i \text{ und } \frac{1}{2} (\delta k' + \delta k'' - [v_{km} + v_{kn}]) = d_k \quad (5)$$

so ist also:

$$\delta T_{ik} = d_i + v_{ik} \quad \delta T_{ki} = d_k + v_{ki}. \quad (6)$$

Nach der Ausgleichung des astronomisch-geodätischen Netzes, S. 103, ist nun zu setzen:

$$\begin{aligned} \delta L_i &= +0.10 - 0.0036 (\delta B_i - \xi_i) + 0.0024 \lambda_i - 9 da/a + 6 da \\ d_i &= -0.21 + 0.0073 (\delta B_i - \xi_i) - 0.0034 \lambda_i + 11 da/a - 15 da \end{aligned} \quad (7)$$

Mit (6) und (7) wird aus (2) erhalten:

$$-1.207 - 0.0087 (\delta B_i - \xi_i) + 0.0076 \lambda_i - 23 da/a + 25 da = \delta L_k + 1.2625 (-d_k + v_{ik} - v_{ki}). \quad (8)$$

Zur Ausgleichung von (8) ist zunächst eine Schätzung der mittleren Fehler der Größen auf der rechten Seite nötig.

Für das mittlere Fehlerquadrat von δL_k ist nach Lotabweichungen V, S. 88, zu setzen: $0.03 \cdot 1.050^2$, wo ± 1.050

¹⁾ Jahresbericht des Geodätischen Instituts für 1920–21, S. 21.

²⁾ Ausgleichung des zentraleuropäischen Längennetzes. Von Th. Albrecht. AN 167.145–162.

³⁾ Lotabweichungen, Heft V: Ausgleichung des astronomisch-geodätischen Netzes I. Ordnung, nördlich der europäischen Längengradmessung in 52° Breite. Von L. Krüger. Berlin 1916.

der mittlere Fehler der Gewichtseinheit bei der *Albrechtschen* Längenausgleichung und 0.03 das reziproke Gewicht der Länge von Potsdam ist, wenn die Längen des Netzes als ein Satz unabhängiger Längen mit ungleichen Gewichten dargestellt werden.

Bei der Schätzung des mittleren Fehlerquadrats von d_k genügt es, die Richtungsverbesserungen als voneinander unabhängig anzusehen, ihr mittleres Fehlerquadrat sei μ_v^2 ; dann ist das mittlere Fehlerquadrat von d_k gleich $\frac{1}{4} (\mu^2 \delta'_k + \mu^2 \delta''_k) + \frac{1}{2} \mu_v^2$. Nach dem Jahresbericht des Geodätischen Instituts für 1920-21, S. 21, ist $\mu^2 \delta'_k = \mu^2 \delta''_k = 0.017$, und nach einer freundlichen Mitteilung des Herrn Regierungsrats *Thilo* ist das mittlere Fehlerquadrat einer Richtung in der Verbindungskette Berlin-Schubin gleich $\mu_v^2 = 0.156$. Das mittlere Fehlerquadrat von d_k wird hiernach gleich 0.087.

Potsdam ist mit den Punkten Berlin Rathaus, Rauenberg und Glienicke derart verbunden, daß 3 aneinandergereihte Dreiecke gebildet werden können. Setzt man in ihnen gleiche Richtungsgewichte voraus, so ergibt sich das reziproke Gewicht von $v_{ik} - v_{ki}$ gleich $\frac{20}{21}$, folglich mit dem vorher angegebenen Werte von μ_v^2 das mittlere Fehlerquadrat gleich 0.149.

Das mittlere Fehlerquadrat von $-d_k + v_{ik} - v_{ki}$ ist demnach 0.236, und das von δL_k ist gleich 0.033. Diese Werte sind zur Ausgleichung von (8) als reziproke Gewichte angenommen. Damit wurde aus (8) erhalten:

$$\begin{aligned} \delta L_k &= -0.097 - 0.0007 (\delta B_i - \xi_i) \\ &\quad + 0.0006 \lambda_i - 2 da/a + 2 da \\ -d_k + v_{ik} - v_{ki} &= -0.879 - 0.0063 (\delta B_i - \xi_i) \\ &\quad + 0.0055 \lambda_i - 17 da/a + 18 da. \end{aligned} \quad (9)$$

Potsdam, 1921 September.

Den Ausdruck für $-d_k + v_{ik} - v_{ki}$ kann man entsprechend den mittleren Fehlerquadraten in die Bestandteile d_k und $v_{ik} - v_{ki}$ zerlegen; weiter kann man hier $v_{ki} = -v_{ik}$ setzen. Es folgt alsdann mit (6) und (7):

$$\begin{aligned} \delta T_{ik} &= -0.49 + 0.0053 (\delta B_i - \xi_i) \\ &\quad - 0.0017 \lambda_i + 6 da/a - 9 da \\ \delta T_{ki} &= +0.60 + 0.0043 (\delta B_i - \xi_i) \\ &\quad - 0.0039 \lambda_i + 11 da/a - 13 da \end{aligned} \quad (10)$$

womit aus (1) als Lotabweichungskomponenten von Potsdam gegen Rauenberg gefunden werden:

$$\begin{aligned} \xi_k &= +0.673 + \delta B_k - 1.0000 (\delta B_i - \xi_i) \\ &\quad + 0.0026 \lambda_i - 259 da/a + 29 da \\ \lambda_k &= -0.675 + 0.0097 (\delta B_i - \xi_i) \\ &\quad + 0.9966 \lambda_i - 1075 da/a - 685 da \end{aligned} \quad (11)$$

Dabei ist das Glied mit δS fortgelassen, da hier dafür keine Bedingung vorliegt.

Aus (11) erhält man für die Lotabweichungskomponenten von Rauenberg in bezug auf Potsdam:

$$\begin{aligned} \delta B_i - \xi_i &= +0.675 + 1.0000 (\delta B_k - \xi_k) \\ &\quad + 0.0026 \lambda_k - 256 da/a + 31 da \\ \lambda_i &= +0.671 - 0.0097 (\delta B_k - \xi_k) \\ &\quad + 1.0035 \lambda_k + 1081 da/a + 687 da \end{aligned} \quad (12)$$

Mittels dieser Gleichungen kann man die Lotabweichungen, die den Rauenberg als Zentralpunkt haben (Lotabweichungen V, S. 108-110, 130-132), auf den Beobachtungsturm des Geodätischen Instituts in Potsdam als Zentralpunkt beziehen.

L. Krüger.

Die Parallaxe der Nova Persei Nr. 2 von 1901 und Örter von 79 schwachen Nachbarsternen nach Aufnahmen am Bonner photographischen 30 cm-Refraktor. Von F. Küstner.

(Mit Tafel 4.)

Das außerordentlich helle Aufleuchten der Nova Persei 2, die am 23. Februar 1901 die Größe 0^m.1 erreichte, und die Wichtigkeit, die allgemein einer möglichst genauen Kenntnis der Entfernung der Neuen Sterne, oder wenigstens ihres Mindestmaßes, zur Lösung kosmologischer Fragen beizumessen ist, veranlaßten mich zu der Reihe photographischer Aufnahmen am Bonner 30 cm-Refraktor, deren Ergebnisse ich hier in Kürze mitteilen möchte, da die ursprünglich geplante ausführliche Veröffentlichung gegenwärtig unmöglich geworden ist¹⁾.

Bei der langsamen und regelmäßigen Abnahme der Helligkeit, wie sie im weiteren Verlaufe der Erscheinung eintrat, erschien es nicht zu gewagt, mit dem Beginn der Aufnahmen zu warten, bis die Größe der Nova nahe auf die mittlere Größe der Vergleichsterne herabgesunken war, um so in einfachster Weise einen von der Größendifferenz herrührenden Fehler zu vermeiden. Es wurde deshalb erst im September 1902 mit den Aufnahmen begonnen und das erste Maximum der Parallaxe beobachtet; das zweite ist im Januar und Februar 1903, das dritte im September 1903 und das vierte im Januar und Februar 1904 beobachtet.

Die Aufnahmen habe ich genau nach dem ursprünglichen strengen *Kapteynschen* Verfahren des latenten Bildes, dem an

innerer Fehlerfreiheit kein anderes Verfahren gleichkommt, angeordnet und dabei die kleinen Abstände p und q der Bilder je zweier Maxima proportional den Zwischenzeiten gemacht²⁾, um neben der völligen Elimination der Eigenbewegungen auch etwaige kleine Änderungen des Schraubenwertes, die allerdings nachweislich nicht aufgetreten sind, von vornherein unschädlich zu machen. Alle Aufnahmen sind in derselben Lage des Instrumentes nahe im Meridian gemacht, und zwar im ersten und dritten Maximum je drei, im zweiten sechs Expositionen auf jeder Platte. Die Platten 1 bis 6 enthalten die Maxima 1, 2 und 3, die Platten 7 und 8 die Maxima 2, 3 und 4.

Zur sicheren Erkennung jeder Platte und ihrer Lage war auf die rechte untere Ecke der Glasseite eine auch in der Dunkelkammer deutlich erkennbare, numerierte Marke geklebt. Bei Anwendung dieses einfachen Hilfsmittels habe ich irgendwelche Schwierigkeiten, die 12 Bilder in der erforderlichen Weise auf dieselbe Platte zu setzen, nicht gefunden. Die Einwendungen, die in dieser Hinsicht gegen das strenge *Kapteynsche* Verfahren gemacht werden, sind nicht zutreffend. Stichhaltiger ist das Bedenken, daß unvorhergesehene Umstände eine ganze Platte mit ihren 12 Expositionen schädigen oder

¹⁾ Eine allzu kurz gefaßte vorläufige Mitteilung in VJS 40.101 scheint unbeachtet geblieben zu sein.

²⁾ Vergl. hierzu die ausführlichen Angaben über die gleichzeitig ganz ebenso aufgenommenen Hyaden-Platten in Gron. Publ. 23.25.